НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ
ДЕРЖАВНОЇ ПРИКОРДОННОЇ СЛУЖБИ УКРАЇНИ

ІМЕНІ Б. ХМЕЛЬНИЦЬКОГО

Кафедра загальнонаукових та інженерних дисциплін

Завідувач кафедри загальнонаукових та
інженерних дисциплін
професор Людмила БОРОВИК
“26” 06 2020р.

Прим. № 1

Доцент, к.ф-м.н.
Трасковецька Л.М.

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ

до індивідуальної розрахунково-графічної роботи
з дисципліни "Дискретна математика"

Обговорена на засіданні
ПМК №1 “25” 06 2020
Протокол № 11

Хмельницький
2020

Література.

1. Стрелковська І.В., Беслаєв А.Г., Харсун О.М. Дискретна математика: навч. посібиик. – Одеса: ОНАЗ ім. О.С. Попова, 2010. – 196 с.

Індивідуальна робота
Тема «Відношення»

Перед виконанням повторити теоретичний матеріал: [1], стор. 14-42.

Приклад розв'язання типового варіанту

1. Побудувати матрицю відношення R та з'ясувати його властивості. Відношення задано на множині $A = \{1, 2, 3, 4, 5,6, 7, 8, 9,10\}$: $R = \{a + b \textit{ кратне } a + 3\}$.

2. З'ясувати властивості відношення R, що задано матрицею:

R	*a*	*b*	*c*
a	*1*	*0*	*0*
b	*1*	*0*	*1*
c	*0*	*1*	*1*

Виконати унарні операції. Побудувати матриці отриманих відношень.

3. На множині A= {a,b, c,d} задані відношення R_1 і R_2 матрицями. Визначити властивості відношень. Виконати бінарні операції над відношеннями R_1 і R_2. Визначити властивості отриманих відношень.

R_1	*a*	*b*	*c*	*d*
a	*1*	*0*	*1*	*1*
b	*0*	*1*	*1*	*0*
c	*0*	*0*	*1*	*0*
d	*1*	*0*	*0*	*1*

R_2	*a*	*b*	*c*	*d*
a	*0*	*1*	*0*	*1*
b	*0*	*1*	*0*	*0*
c	*0*	*1*	*1*	*0*
d	*1*	*1*	*0*	*0*

Розв'язання:

1. Побудуємо матрицю відношення:

R	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0
2	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0
3	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0
4	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1
5	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0

З'ясуємо властивості відношення.

Відношення R *не рефлексивне*, тому що на головній діагоналі матриці відношення розташовані не лише одиниці (наприклад, $\langle 1,1 \rangle \notin R$).

Відношення R *не антирефлексивне*, тому що на головній діагоналі матриці відношення розташовані не лише нулі (наприклад, $\langle 3,3 \rangle \in R$).

Методом безпосереднього перескладання перевіримо, чи є дане відношення симетричним.

Робимо висновок, що відношення R не є *ні симетричним*, *ні антисиметричним*.

№	$\langle a,b \rangle \in R$	$\langle b,a \rangle$	$\langle b,a \rangle \in R$?
1	$\langle 1,3 \rangle$	$\langle 1,3 \rangle$	ні
2	$\langle 1,7 \rangle$	$\langle 1,7 \rangle$	ні
3	$\langle 2,3 \rangle$	$\langle 2,3 \rangle$	ні
4	$\langle 2,8 \rangle$	$\langle 2,8 \rangle$	ні
5	$\langle 3,9 \rangle$	$\langle 3,9 \rangle$	так
6	$\langle 4,3 \rangle$	$\langle 4,3 \rangle$	ні
7	$\langle 4,10 \rangle$	$\langle 4,10 \rangle$	ні
8	$\langle 5,3 \rangle$	$\langle 5,3 \rangle$	ні
9	$\langle 6,3 \rangle$	$\langle 6,3 \rangle$	ні
10	$\langle 7,3 \rangle$	$\langle 7,3 \rangle$	ні
11	$\langle 8,3 \rangle$	$\langle 8,3 \rangle$	ні
12	$\langle 9,3 \rangle$	$\langle 9,3 \rangle$	так
13	$\langle 10,3 \rangle$	$\langle 10,3 \rangle$	ні

З'ясуємо, чи є відношення транзитивним за допомогою метода безпосереднього перескладання.

№	$\langle a,b \rangle \in R$	$\langle b,c \rangle \in R$	$\langle a,c \rangle$	$\langle a,c \rangle \in R$?
1	$\langle 1,3 \rangle$	$\langle 3,3 \rangle$	$\langle 1,3 \rangle$	так
2	$\langle 1,3 \rangle$	$\langle 3,9 \rangle$	$\langle 1,9 \rangle$	ні

Далі проводити перескладання проводити не має сенсу, ми вже знайшли впорядковану пару, транзитивність в якій порушена.

Отже, робимо висновок, що відношення *не транзитивно*. Тому що відношення не є рефлексивним, симетричним, транзитивним, воно *не є еквівалентним*.

2. З'ясуємо властивості відношення R:

- не рефлексивне (тому що головна діагональ матриці відношення містить не лише одиниці);

- не антирефлексивне (тому що головна діагональ матриці відношення містить не лише нулі);

- не симетрично (тому що матриця відношення не симетрична відносно головної діагоналі, наприклад $\langle b,a\rangle \in R$, але $\langle a,b\rangle \notin R$);

- не антисиметричне (тому що є одиниці, симетричні відносно головної діагоналі, наприклад, $\langle b,c\rangle \in R$, $\langle c,b\rangle \in R$);

- не транзитивне (тому що існують пари, для яких порушується умова транзитивності, наприклад, $\langle b,c\rangle \in R$, $\langle c,b\rangle \in R$, $\langle b,b\rangle \notin R$).

Виконаємо операції над відношенням:

$$R \cup R = R; \quad R - R = \varnothing; \quad R \cap R = R;$$

$$\overline{R} = U - R = \{\langle a,b\rangle, \langle a,c\rangle, \langle b,b\rangle, \langle c,a\rangle\};$$

$$R^{-1} = \{\langle a,a\rangle, \langle a,b\rangle, \langle c,b\rangle, \langle b,c\rangle, \langle c,c\rangle\}.$$

Виконаємо процедуру виявлення нетранзитивності заданого відношення. Виявлений лише один випадок: $\langle b,c\rangle \in R$, $\langle c,b\rangle \in R$, $\langle b,b\rangle \notin R$. Додавши цю пару до відношення, одержимо транзитивне замикання:

$$R^0 = \{\langle a,a\rangle, \langle b,a\rangle, \langle b,b\rangle, \langle b,c\rangle, \langle c,b\rangle, \langle c,c\rangle\}$$

Рефлексивне замикання знайдемо за визначенням: $R^* = R^0 \cup E$. Відношення R^0 рефлексивно, тому $R^* = R^0$.

Побудуємо матриці отриманих відношень:

$\overline{R}$	a	b	c
a	0	1	1
b	0	1	0
c	1	0	0

R^{-1}	a	b	c
a	1	1	0
b	0	0	1
c	0	1	1

$R^0 = R^*$	a	b	c
a	1	0	0
b	1	1	1
c	0	1	1

3. Визначимо властивості відношення R_1:

- рефлексивне (в матриці відношення на головній діагоналі всі одиниці;

- не анти рефлексивне;

- не симетричне (матриця відношення не симметрична відносно головної діагоналі, наприклад, $\langle a,c\rangle \in R_1$, $\langle c,a\rangle \notin R_1$);

- не антисиметричне, тому що існують елементи, симетричні відносно головної діагоналі, наприклад, і $\langle a,d\rangle \in R_1$, і $\langle d,a\rangle \in R_1$;

- перевіримо на транзитивність методом безпосереднього перескладання

№	$\langle a,b\rangle \in R_1$	$\langle b,c\rangle \in R_1$	$\langle a,c\rangle$	$\langle a,c\rangle \in R_1$?
1	$\langle a,c\rangle$	$\langle c,c\rangle$	$\langle a,c\rangle$	так
2	$\langle a,d\rangle$	$\langle d,a\rangle$	$\langle a,a\rangle$	так
3	$\langle a,d\rangle$	$\langle d,d\rangle$	$\langle a,d\rangle$	так
4	$\langle b,c\rangle$	$\langle c,c\rangle$	$\langle b,c\rangle$	так
5	$\langle d,a\rangle$	$\langle a,a\rangle$	$\langle d,a\rangle$	так

Робимо висновок, що відношення транзитивне.

- не еквівалентно.

Аналогічно, визначимо властивості відношення R_2:

- не рефлексивне, не антирефлексивне, тому що на головній діагоналі матриці відношення є як нулі, так і одиниці;

- не симетричне (наприклад, $\langle a,b\rangle \in R_2$, $\langle b,a\rangle \notin R_2$, не антисиметричне (наприклад, $\langle a,d\rangle \in R_2$, $\langle d,a\rangle \in R_2$;

- не транзитивне. Переконаємося в цьому методом безпосереднього перескладання:

№	$\langle a,b\rangle \in R_1$	$\langle b,c\rangle \in R_1$	$\langle a,c\rangle$	$\langle a,c\rangle \in R_1$?
1	$\langle a,b\rangle$	$\langle b,b\rangle$	$\langle a,b\rangle$	так
2	$\langle c,b\rangle$	$\langle b,b\rangle$	$\langle c,b\rangle$	так
3	$\langle d,a\rangle$	$\langle a,b\rangle$	$\langle d,b\rangle$	так
4	$\langle d,a\rangle$	$\langle a,d\rangle$	$\langle d,d\rangle$	ні

- не еквівалентне.

Виконаємо бінарні операції над відношеннями. Для зручності задамо ці відношення перерахуванням:

$$R_1 = \{\langle a,a\rangle,\langle a,c\rangle,\langle a,d\rangle,\langle b,b\rangle,\langle b,c\rangle,\langle c,c\rangle,\ \langle d,a\rangle,\langle d,d\rangle\};$$

$$R_2 = \{\langle a,b\rangle,\langle a,d\rangle,\langle b,b\rangle,\langle c,b\rangle,\langle c,c\rangle,\langle d,a\rangle,\langle d,b\rangle\}.$$

Об’єднання відношень:

$R_1 \cup R_2 = \{\langle a,a\rangle,\langle a,b\rangle,\langle a,c\rangle,\langle a,d\rangle,\ \langle b,b\rangle,\langle b,c\rangle,\langle c,b\rangle,\langle c,c\rangle,\langle d,a\rangle,\langle d,b\rangle,\langle d,d\rangle\}$.

Побудуємо матрицю отриманого відношення:

$R_1 \cup R_2$	a	b	c	d
a	1	1	1	1
b	0	1	1	0
c	0	1	1	0
d	1	1	0	1

- рефлексивне;
- не антирефлексивне;
- не симетричне ($\langle a,c\rangle \in R_1 \cup R_2$, $\langle c,a\rangle \notin R_1 \cup R_2$);
- не антисиметричне ($\langle a,d\rangle \in R_1 \cup R_2$, $\langle d,a\rangle \in R_1 \cup R_2$);
- не транзитивне ($\langle d,a\rangle \in R_1 \cup R_2$, $\langle a,c\rangle \in R_1 \cup R_2$, $\langle d,c\rangle \notin R_1 \cup R_2$,);
- не еквіваленте.

Перетинання відношень: $R_1 \cap R_2 = \{\langle a,d\rangle,\langle b,b\rangle,\langle c,c\rangle,\langle d,a\rangle\}$..

Побудуємо матрицю отриманого відношення:

$R_1 \cap R_2$	a	b	c	d
a	0	0	0	1
b	0	1	0	0
c	0	0	1	0

d	1	0	0	0

- не рефлексивне;
- не антирефлексивне;
- симетричне;
- не антисиметричне;
- не транзитивне;
- не еквівалентне.

Різниця відношень: $R_1 - R_2 = \{\langle a,a\rangle, \langle a,c\rangle, \langle b,c\rangle, \langle d,d\rangle\}$.

Побудуємо матрицю отриманого відношення:

$R_1 - R_2$	a	b	c	d
a	1	0	1	0
b	0	0	1	0
c	0	0	0	0
d	0	0	0	1

- не рефлексивне;
- не антирефлексивне;
- не симетричне;
- антисиметричне;
- не транзитивне;
- не еквівалентне.

Композиція $T = R_1 \circ R_2$:

$\langle a,a\rangle \in R_1$ з $\langle a,b\rangle \in R_2 \to \langle a,b\rangle \in T$;

$\langle a,a\rangle \in R_1$ з $\langle a,d\rangle \in R_2 \to \langle a,d\rangle \in T$;

$\langle a,c\rangle \in R_1$ з $\langle c,b\rangle \in R_2 \to \langle a,b\rangle \in T$;

$\langle a,c\rangle \in R_1$ з $\langle c,c\rangle \in R_2 \to \langle a,c\rangle \in T$;

$\langle a,d\rangle \in R_1$ з $\langle d,a\rangle \in R_2 \to \langle a,a\rangle \in T$;

$\langle a,d\rangle \in R_1$ з $\langle d,b\rangle \in R_2 \to \langle a,b\rangle \in T$;

$\langle b,b\rangle \in R_1$ з $\langle b,b\rangle \in R_2 \to \langle b,b\rangle \in T$;

$\langle b,c\rangle \in R_1$ з $\langle c,b\rangle \in R_2 \to \langle b,b\rangle \in T$;

$\langle b,c\rangle \in R_1$ з $\langle c,c\rangle \in R_2 \to \langle b,c\rangle \in T$;

$\langle c,c\rangle \in R_1$ з $\langle c,c\rangle \in R_2 \to \langle c,c\rangle \in T$;

$\langle d,a\rangle \in R_1$ з $\langle a,b\rangle \in R_2 \to \langle d,b\rangle \in T$;

$\langle d,a\rangle \in R_1$ з $\langle d,d\rangle \in R_2 \to \langle d,d\rangle \in T$

$R_1 \circ R_2$	a	b	c	d
a	1	0	1	0
b	0	0	1	0
c	0	0	0	0
d	0	0	0	1

- рефлексивне;
- не антирефлексивне;
- не симетричне;
- антисиметричне;
- не транзитивне;
- не еквівалентне.

Завдання до теми «Відношення»

Варіант№ 1

1. Побудувати матрицю відношення R та з'ясувати його властивості. Відношення задано на множині $A = \{1, 2, 3, 4, 5,6, 7, 8, 9,10\}$: $R = \{a \times b$ *кратне* $3\}$.

2. З'ясувати властивості відношення R, що задано матрицею:

R	a	b	c
a	0	0	1
b	0	1	1
c	0	1	1

Виконати унарні операції. Побудувати матриці отриманих відношень.

3. На множині $A= \{a,b, c,d\}$ задані відношення R_1 і R_2 матрицями. Визначити властивості відношень. Виконати бінарні операції над відношеннями R_1 і R_2. Визначити властивості отриманих відношень.

R_1	a	b	c	d
a	0	1	1	1
b	1	1	0	0
c	0	1	1	0
d	1	0	1	0

R_2	a	b	c	d
a	0	1	0	1
b	1	0	1	0
c	0	1	1	0
d	1	0	0	1

Варіант№ 2

1. Побудувати матрицю відношення R та з'ясувати його властивості. Відношення задано на множині $A = \{1, 2, 3, 4, 5,6, 7, 8, 9,10\}$: $R =\{a + b$ *кратне* $4\}$.

2. З'ясувати властивості відношення R, що задано матрицею:

R	a	b	c
a	1	0	0
b	0	1	1
c	0	0	1

Виконати унарні операції. Побудувати матриці отриманих відношень.

3. На множині $A= \{a,b, c,d\}$ задані відношення R_1 і R_2 матрицями. Визначити властивості відношень. Виконати бінарні операції над відношеннями R_1 і R_2 . Визначити властивості отриманих відношень.

R_1	a	b	c	d
a	0	0	1	1
b	1	0	1	0
c	0	0	0	0
d	1	0	1	0

R_2	a	b	c	d
a	1	1	0	1
b	0	1	0	0
c	0	1	1	0
d	0	1	0	1

Варіант№ 3

1. Побудувати матрицю відношення R та з'ясувати його властивості. Відношення задано на множині A={1, 2, 3, 4, 5,6, 7, 8, 9,10}:R ={a+b *кратне* a +2}.

2. З'ясувати властивості відношення R, що задано матрицею:

R	a	b	c
a	0	1	1
b	1	0	1
c	1	0	0

Виконати унарні операції. Побудувати матриці отриманих відношень.

3. На множині A= {a,b, c,d} задані відношення R_1 і R_2 матрицями. Визначити властивості відношень. Виконати бінарні операції над відношеннями R_1 і R_2. Визначити властивості отриманих відношень.

R_1	a	b	c	d
a	0	0	1	1
b	0	1	1	0
c	0	1	1	0
d	1	0	0	0

R_2	a	b	c	d
a	1	1	0	1
b	0	1	0	0
c	0	1	1	0
d	1	1	0	0

Варіант№ 4

1. Побудувати матрицю відношення R та з'ясувати його властивості. Відношення задано на множині = {1, 2, 3, 4, 5,6, 7, 8, 9,10}: R ={a×b *кратне* 7}.

2. З'ясувати властивості відношення R, що задано матрицею:

R	a	b	c
a	1	0	0
b	0	1	1
c	1	1	1

Виконати унарні операції. Побудувати матриці отриманих відношень.

3. На множині задані відношення R_1 і R_2 матрицями. Визначити властивості відношень. Виконати бінарні операції над відношеннями R_1 і R_2 . Визначити властивості отриманих відношень.

R_1	a	b	c	d
a	1	0	1	1
b	0	1	1	0
c	0	0	0	0
d	1	1	0	1

R_2	a	b	c	d
a	0	1	0	1
b	0	1	1	0
c	0	0	1	0
d	1	1	0	0

Варіант№ 5

1. Побудувати матрицю відношення R та з'ясувати його властивості. Відношення задано на множині $A = \{1, 2, 3, 4, 5,6, 7, 8, 9,10\}$: $R = \{a + b$ *кратне* $a + 2\}$.
2. З'ясувати властивості відношення R, що задано матрицею:

R	a	b	c
a	0	1	0
b	1	0	0
c	0	1	1

Виконати унарні операції. Побудувати матриці отриманих відношень.

3. На множині $A= \{a,b, c,d\}$ задані відношення R_1 і R_2 матрицями. Визначити властивості відношень. Виконати бінарні операції над відношеннями R_1 і R_2. Визначити властивості отриманих відношень.

R_1	a	b	c	d
a	0	0	1	1
b	1	1	1	0
c	0	0	1	0
d	0	1	0	1

R_2	a	b	c	d
a	1	1	0	1
b	0	1	0	0
c	0	0	1	0
d	1	1	0	1

Варіант№ 6

1. Побудувати матрицю відношення R та з'ясувати його властивості. Відношення задано на множині $A = \{1, 2, 3, 4, 5,6, 7, 8, 9,10\}$: $R = \{a \times b$ *кратне* $a + 3\}$.
2. З'ясувати властивості відношення R, що задано матрицею:

R	a	b	c
a	1	1	1
b	1	1	1
c	0	0	1

Виконати унарні операції. Побудувати матриці отриманих відношень.

3. На множині $A= \{a,b, c,d\}$ задані відношення R_1 і R_2 матрицями. Визначити властивості відношень. Виконати бінарні операції над відношеннями R_1 і R_2 . Визначити властивості отриманих відношень.

R_1	a	b	c	d
a	1	0	1	1
b	1	1	1	0
c	1	0	1	0
d	1	0	0	1

R_2	a	b	c	d
a	0	1	0	1
b	0	1	0	0
c	0	1	1	1
d	0	1	0	0

Варіант№ 7

1. Побудувати матрицю відношення R та з'ясувати його властивості. Відношення задано на множині $A = \{1, 2, 3, 4, 5,6, 7, 8, 9,10\}$: $R = \{a + b$ *кратне* $a +1\}$.

2. З'ясувати властивості відношення R, що задано матрицею:

R	a	b	c
a	1	0	1
b	1	0	1
c	0	1	1

Виконати унарні операції. Побудувати матриці отриманих відношень.

3. На множині $A= \{a,b, c,d\}$ задані відношення R_1 і R_2 матрицями. Визначити властивості відношень. Виконати бінарні операції над відношеннями R_1 і R_2. Визначити властивості отриманих відношень.

R_1	a	b	c	d
a	1	0	1	0
b	0	1	1	0
c	1	0	0	0
d	1	0	0	1

R_2	a	b	c	d
a	0	1	1	0
b	0	1	0	0
c	0	1	0	0
d	1	1	0	0

Варіант№ 8

1. Побудувати матрицю відношення R та з'ясувати його властивості. Відношення задано на множині $A = \{1, 2, 3, 4, 5,6, 7, 8, 9,10\}$: $R = \{a + 2b$ *кратне* $2\}$.

2. З'ясувати властивості відношення R, що задано матрицею:

R	a	b	c
a	1	1	0
b	0	1	1
c	0	0	1

Виконати унарні операції. Побудувати матриці отриманих відношень.

3. На множині $A= \{a,b, c,d\}$ задані відношення R_1 і R_2 матрицями. Визначити властивості відношень. Виконати бінарні операції над відношеннями R_1 і R_2. Визначити властивості отриманих відношень.

R_1	a	b	c	d
a	1	0	1	1
b	0	0	1	0
c	0	1	1	0
d	1	0	0	1

R_2	a	b	c	d
a	0	1	0	1
b	0	1	0	0
c	0	1	1	0
d	1	1	0	0

Варіант№ 9

1. Побудувати матрицю відношення R та з'ясувати його властивості. Відношення задано на множині $A = \{1, 2, 3, 4, 5{,}6, 7, 8, 9{,}10\}$: $R = \{a + b$ *кратне* $5\}$.

2. З'ясувати властивості відношення R , що задано матрицею:

R	a	b	c
a	0	0	0
b	1	0	1
c	0	1	0

Виконати унарні операції. Побудувати матриці отриманих відношень.

3. На множині $A= \{a,b, c,d\}$ задані відношення R_1 і R_2 матрицями. Визначити властивості відношень. Виконати бінарні операції над відношеннями R_1 і R_2. Визначити властивості отриманих відношень.

R_1	a	b	c	d
a	1	0	1	1
b	0	1	1	0
c	0	0	1	0
d	1	0	0	1

R_2	a	b	c	d
a	0	1	0	1
b	0	1	0	0
c	0	1	1	0
d	1	1	0	0

Варіант№ 10

1. Побудувати матрицю відношення R та з'ясувати його властивості. Відношення задано на множині $A =\{1, 2, 3, 4, 5{,}6, 7, 8, 9{,}10\}$ $R = \{a\times b$ *кратне* $a + 4\}$.

2. З'ясувати властивості відношення R, що задано матрицею:

R	a	b	c
a	0	0	0
b	1	0	1
c	0	1	0

Виконати унарні операції. Побудувати матриці отриманих відношень.

3. На множині задані відношення R_1 і R_2 матрицями.
Визначити властивості відношень. Виконати бінарні операції над відношеннями R_1 і R_2. Визначити властивості отриманих відношень.

R_1	a	b	c	d
a	1	1	0	1
b	0	0	1	0
c	0	0	1	0
d	1	1	0	1

R_2	a	b	c	d
a	0	1	0	1
b	0	1	1	0
c	0	1	0	1
d	1	1	0	0

Тема «Логіка висловлювань»

Перед виконанням повторити теоретичний матеріал: [1], стор. 52-68.

Приклад розв'язання типового варіанту

1. Нехай A, B, C, D позначають наступні висловлення:

A - «я повернуся в п'ятницю з роботи раніше»;
B - «я завітаю до друга»;
C - «я відправлюсь в кіно»;
D - «я відпочину вдома перед телевізором».

Записати в символьній формі висловлення: «Якщо у п'ятницю мені вдасться раніше повернутися з роботи, я зможу завітати до друга і відправитися з ним у кіно або відпочити вдома перед телевізором».

2. Знайти істинносте значення наступного висловлення $P \vee R \leftrightarrow (Q \rightarrow \sim (R \wedge Q))$, якщо $P = 1,\ Q = 0,\ \ R = 1.$

3. Скласти таблицю істинності висловлення $(\sim Q \leftrightarrow P) \rightarrow R \wedge \sim (P \vee Q)$.

4. Довести, що формула $A \vee (B \wedge C) \leftrightarrow (A \vee B) \wedge (B \vee C)$ є тавтологією, не використовуючи таблицю істинності.

Розв'язання:

1. Дане висловлення має вигляд $A \rightarrow ((B \wedge C) \vee D)$.

2. Підпишемо істинностне значення під кожним з простих висловлень та за допомогою таблиць істинності з'ясуємо значення висловлення

$$P \vee R \leftrightarrow (Q \rightarrow \sim (R \wedge Q))$$

1 1 0 1 0

0

1

1

1

1

Отже, висловлення істинне.

3. Складемо таблицю істинності, враховуючи порядок дій та таблиці істинності сентенційних зв'язок:

P	Q	R	$\sim Q$	$\sim Q \leftrightarrow P$	$P \vee Q$	$\sim (P \vee Q)$	$R \wedge \sim (P \vee Q)$	$(\sim Q \leftrightarrow P) \rightarrow R \wedge \sim (P \vee Q)$
0	0	0	1	0	0	1	0	1
0	0	1	1	0	0	1	1	1
0	1	0	0	1	1	0	0	0
0	1	1	0	1	1	0	0	0
1	0	0	1	1	1	0	0	0
1	0	1	1	1	1	0	0	0
1	1	0	0	0	1	0	0	1
1	1	1	0	0	1	0	0	1

4. За допомогою арифметичних процедур і перетворення основних істинностних функцій на такі формули, як:

$\sim P = 1 + P;\quad P \wedge Q = P + Q + PQ;\quad P \vee Q = PQ$

$P \rightarrow Q = (1+P)Q;\qquad P \leftrightarrow Q = P + Q,$

беручи до уваги, що $2P = 0,\quad (1+P)P = 0,$ отримаємо

$B \wedge C = B + C + BC;\qquad A \vee (B \wedge C) = A(B + C + BC);$

$A \vee B = AB;\quad (A \vee B) \wedge (B \vee C) = AB + BC + ABBC;\quad B \vee C = BC.$

Отже,

$A \vee (B \wedge C) \leftrightarrow (A \vee B) \wedge (B \vee C) = AB + AC + ABC + AB + AC + ABBC = 2AB + 2AC + ABC(1 + A) = 0.$

Оскільки тавтологією в даній алгебрі є істиностна функція, яка тотожно дорівнює 0, тож задана формула є тавтологією.

Завдання до теми «Логіка висловлювань»

Варіант № 1

1. Нехай *A, B, C, D* позначають наступні висловлення:

A - «я заощаджу кошти під час відпочинку»;

B - «я забронюю номер в готелі»;

C - «я отримаю знижку»;

D - «я відпочиватиму на дачі у друзів».

Записати в символьній формі висловлення: «Я заощаджу кошти під час відпочинку, якщо заздалегідь забронюю номер в готелі і отримаю знижку або відпочиватиму на дачі у друзів».

2. Знайти істинносте значення наступного висловлення $P \vee \sim Q \rightarrow (R \wedge \sim (P \leftrightarrow R))$, якщо $P = 1,\ Q = 0,\quad R = 1.$

3. Скласти таблицю істинності висловлення $P \rightarrow (R \wedge \sim Q \leftrightarrow (\sim P \vee R)) \vee Q$

4. Довести, що формула $(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow C)$ є тавтологією, не використовуючи таблицю істинності.

Варіант № 2

1. Нехай *A, B, C, D* позначають наступні висловлення:

A - «популярні пісні співають усі»;

B - «всі знають авторів»;

C - «всі знають виконавців»;

D - «пісня не буде народна».

Записати в символьній формі висловлення: «Якщо популярні пісні співають всі, всі знають авторів та всі знають виконавців, то ця пісня дійсно буде народна».

2. Знайти істинносте значення наступного висловлення $Q \vee \sim (R \to (P \wedge \sim Q \leftrightarrow R))$, якщо $P = 0, Q = 0, \ R = 1$.

3. Скласти таблицю істинності висловлення $P \vee (P \leftrightarrow Q) \to \sim (R \wedge Q)$.

4. Довести, що формула $(A \to B) \to (A \wedge C \to B \wedge C)$ є тавтологією, не використовуючи таблицю істинності.

Варіант № 3

1. Нехай *A, B, C, D* позначають наступні висловлення:

A - «Вірогідність дощу зростає»;

B - «Низька вологість повітря»;

C - «Дує західний вітер»;

D - «Низька хмарність».

Записати в символьній формі висловлення: «Вірогідність дощу зростає, якщо низька вологість повітря і дує західний вітер або низька хмарність».

2. Знайти істинносте значення наступного висловлення, $P \leftrightarrow \sim R \to (Q \wedge \sim P)$ якщо $P = 1, Q = 0, \ R = 0$.

3. Скласти таблицю істинності висловлення $\sim Q \to R \wedge (P \leftrightarrow Q) \to \sim R$.

4. Довести, що формула $(A \to (B \to C)) \to (A \wedge B \to C)$ є тавтологією, не використовуючи таблицю істинності.

Варіант № 4

1. Нехай *A, B, C, D* позначають наступні висловлення:

A - «Зима буде суворою»;

B - «Літо буде холодне»;

C - «Випаде небагато снігу»;

D - «Будуть сильні морози».

Записати в символьній формі висловлення: «Якщо літо буде нехолодне, то зима буде суворою, випаде багато снігу і будуть сильні морози».

2. Знайти істинносте значення наступного висловлення $\sim (P \leftrightarrow R) \vee \sim P \to Q \wedge R$, якщо $P = 1, \ Q = 1, \ R = 0$.

3. Скласти таблицю істинності висловлення $(Q \to \sim P) \vee R \wedge (P \to Q)$.

4. Довести, що формула $(A \wedge B \to C) \to (A \to (B \to C))$ є тавтологією, не використовуючи таблицю істинності.

Варіант № 5

1. Нехай *A*, *B*, *C*,*D* позначають наступні висловлення:

A - «Продукція ексклюзивна»;

B - «Продукція невисокої якості»;

C - «Конкурентоспроможність продукції зростає»;

D - «Продукція має низьку собівартість».

Записати в символьній формі висловлення: «Конкуренто-спроможність продукції зростає тоді і тільки тоді, коли продукція ексклюзивна та високої якості або має низьку собівартість».

2. Знайти істинносте значення наступного висловлення $P\vee \sim (Q\to P\wedge \sim (R\leftrightarrow Q))$, якщо $P=0,\ Q=0,\ \ R=1.$

3. Скласти таблицю істинності висловлення $\sim (R\to Q)\sim Q\leftrightarrow P\vee R$.

4. Довести, що формула $(A\to B)\to (A\vee C\to B\vee C)$ є тавтологією, не використовуючи таблицю істинності.

Варіант № 6

1. Нехай *A*, *B*, *C*, *D* позначають наступні висловлення:

A - «Я не укладу вигідну угоду»;

B - «Мене премують»;

C - «Я отримаю підвищення посади»;

D - «Я отримуватиму більшу платню».

Записати в символьній формі висловлення: «Якщо я укладу вигідну угоду, то я отримаю підвищення посади, тоді я отримуватиму більшу платню або мене тільки премують».

2. Знайти істинносте значення наступного висловлення $(P\wedge \sim (P\to R))\to P\leftrightarrow \sim Q$ якщо $P=0, Q=0,\ \ R=1.$

3. Скласти таблицю істинності висловлення $P\to Q\to \sim (P\vee (R\leftrightarrow \sim Q))$.

4. Довести, що формула $(A\to B)\to ((B\to C)\to (A\to C))$ є тавтологією, не використовуючи таблицю істинності.

Варіант № 7

1. Нехай *A*, *B*, *C*, *D* позначають наступні висловлення:

A - «Ти вмієш керувати життєвими ситуаціями»;

B - «Життя яскраве і цікаве»;

C - «Ти не маєш свою мету»;

D - «Ти маєш позитивне ставлення до життя».

Записати в символьній формі висловлення: «Життя яскраве і цікаве, якщо вмієш керувати життєвими ситуаціями або маєш свою мету, якщо маєш позитивне ставлення до життя».

2. Знайти істинносте значення наступного висловлення $\sim R\leftrightarrow Q\vee (Q\wedge \sim (P\leftrightarrow R))$, якщо $P=0,\ Q=0,\ \ R=1.$

3. Скласти таблицю істинності висловлення $\sim (P\wedge R)\to P\leftrightarrow Q\wedge \sim R.$

4. Довести, що формула $(A\leftrightarrow B)\wedge ((B\leftrightarrow C)\to (A\leftrightarrow C))$ є тавтологією, не використовуючи таблицю істинності.

Варіант № 8

1. Нехай *A*, *B*, *C*, *D* позначають наступні висловлення:

A - «Стиль керівництва «перетворюючий»»;

B - «Стиль керівництва спрямований на взаємодію з підлеглими»;

C - «Стиль керівництва спрямований на підтримку співробітників у складних ситуаціях»;

D - «Жінка-менеджер є керівником підприємства».

Записати в символьній формі висловлення: «Якщо стиль керівництва «перетворюючий» і спрямований на взаємодію з підлеглими або підтримку співробітників у складних ситуаціях, то керівником такого підприємства є жінка-менеджер».

2. Знайти істинносте значення наступного висловлення $P \vee (P \to \sim Q) \wedge (P \leftrightarrow R) \to \sim R,$ якщо $P = 1,\ Q = 0,\ \ R = 1..$

3. Скласти таблицю істинності висловлення $\sim P \vee (Q \leftrightarrow R) \to (R \wedge \sim Q).$

4. Довести, що формула $(A \to B) \wedge (C \to B) \leftrightarrow (A \vee C \to B)$ є тавтологією, не використовуючи таблицю істинності.

Варіант № 9

1. Нехай *A*, *B*, *C*, *D* позначають наступні висловлення:

A - «Успішний менеджер»;

B - «Менеджер швидко приймає рішення»;

C - «Менеджер вміє повести за собою людей»;

D - «Менеджер добре володіє ситуацією».

Записати в символьній формі висловлення: «Успішний менеджер лише тоді, коли він швидко приймає рішення і вміє повести за собою людей або добре володіє ситуацією».

2. Знайти істинносте значення наступного висловлення $Q \wedge (R \leftrightarrow ((Q \to \sim P) \to \sim R),$ якщо $P = 1,\ Q = 0,\ \ R = 1.$

1. Скласти таблицю істинності висловлення $(P \vee \sim R \leftrightarrow Q) \to P \wedge Q.$

2. Довести, що формула $(A \vee B) \vee C \leftrightarrow A \vee (B \vee C)$ є тавтологією, не використовуючи таблицю істинності.

Варіант № 10

1. Нехай *A*, *B*, *C*, *D* позначають наступні висловлення:

A - «Взимку випаде багато снігу»;

B - «Я кататимусь на санчатах»;

C - «Я кататимусь на лижах»;

D - «Я куплю собі лижі».

Записати в символьній формі висловлення: «Якщо взимку випаде багато снігу, то я кататимусь на санчатах або на лижах і це тільки, якщо я куплю собі лижі ».

2. Знайти істинносте значення наступного висловлення $P \vee (Q \to (R \to \sim Q)) \leftrightarrow \sim R,$ якщо $P = 1,\ Q = 0,\ \ R = 1.$

1. Скласти таблицю істинності висловлення $(P \wedge Q) \vee R \leftrightarrow P \wedge Q \to \sim R.$

2. Довести, що формула $(A \leftrightarrow B) \leftrightarrow (A \to B) \wedge (B \to C)$ є тавтологією, не використовуючи таблицю істинності.

Тема «Алгебра логіки. Логічні функції»

Перед виконанням повторити теоретичний матеріал: [1], стор. 80-85.

Приклад розв'язання типового варіанту

1. Обчислити значення функції $f(x_1, x_2, x_3) = \psi_7(\psi_3(x_3, x_1), \psi_{11}(x_1, x_2))$ на наборі (1,1,0).

2. Скласти таблицю істинності функції, заданої формулою $f(x_1, x_2, x_3) = x_2 \oplus (x_1 \downarrow \overline{x}_3)$.

Розв'язання:

1. Скористаємося таблицею істинності логічних функцій двох змінних (табл. 4.2, [1]) і обчислимо значення кожної логічної змінної складної функції:

$\psi_3(x_3, x_1) = \psi_3(0,1) = 0;$

$\psi_{11}(x_1, x_2) = \psi_{11}(1,1) = 1;$

$f(x_1, x_2, x_3) = \psi_7(\psi_3(x_3, x_1), \psi_{11}(x_1, x_2)) = \psi_7(0,1) = 1.$

Отже, на зазначеному наборі функція приймає істинне значення.

Складемо таблицю істинності, істинносте значення додавання за модулем 2 та стрілки Пірса знайдемо як значення функцій ψ_6 та ψ_8 (табл. 4.2, [1])

x_1	x_2	x_3	$\overline{x}_3$	$(x_1 \downarrow \overline{x}_3)$	$x_2 \oplus (x_1 \downarrow \overline{x}_3)$
0	*0*	*0*	*1*	*0*	*0*
0	*0*	*1*	*0*	*1*	*1*
0	*1*	*0*	*1*	*0*	*1*
0	*1*	*1*	*0*	*1*	*0*
1	*0*	*0*	*1*	*0*	*0*
1	*0*	*1*	*0*	*0*	*0*
1	*1*	*0*	*1*	*0*	*1*
1	*1*	*1*	*0*	*0*	*1*

Завдання до теми «Алгебра логіки. Логічні функції»

Варіант № 1

1. Обчислити значення функції $f(x_1, x_2, x_3) = \psi_{13}(\psi_7(x_3, x_1), \psi_1(x_2, x_1))$ на наборі (0,1,0).

2. Скласти таблицю істинності функції, заданої формулою $f(x_1, x_2, x_3) = (\overline{x}_2 \mid x_1) \oplus (x_1 \downarrow \overline{x}_3)$.

Варіант № 2

1. Обчислити значення функції $f(x_1, x_2, x_3) = \psi_3(\psi_8(x_2, x_1), \psi_{10}(x_1, x_3))$ на наборі (0,1,1).

2. Скласти таблицю істинності функції, заданої формулою $f(x_1, x_2, x_3) = (\overline{x_2} \leftarrow x_3) \oplus (x_2 \mid \overline{x_1})$.

Варіант № 3

1. Обчислити значення функції на наборі $f(x_1, x_2, x_3) = \psi_6(\psi_{11}(x_2, x_1), \psi_1(x_3, x_2))$ на наборі (1,0,1).

2. Скласти таблицю істинності функції, заданої формулою $f(x_1, x_2, x_3) = (\overline{x_1} x_3) \oplus (x_2 \downarrow x_3)$.

Варіант № 4

1. Обчислити значення функції $f(x_1, x_2, x_3) = \psi_8(\psi_1(x_2, x_3), \psi_4(x_1, x_2))$ на наборі (1,0,0).

2. Скласти таблицю істинності функції, заданої формулою $f(x_1, x_2, x_3) = (x_2 \oplus \overline{x_3}) \downarrow (\overline{x_1} \to x_2)$.

Варіант № 5

1. Обчислити значення функції $f(x_1, x_2, x_3) = \psi_9(\psi_5(x_3, x_1), \psi_2(x_2, x_1))$ на наборі (0,0,1).

2. Скласти таблицю істинності функції, заданої формулою $f(x_1, x_2, x_3) = (\overline{x_2} \mid x_1) \oplus (x_1 \overline{x_3} \vee x_2)$.

Варіант № 6

1. Обчислити значення функції $f(x_1, x_2, x_3) = \psi_6(\psi_7(x_2, x_1), \psi_{14}(x_3, x_2))$ на наборі (1,0,0).

2. Скласти таблицю істинності функції, заданої формулою $f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 \mid \overline{x_3})(\overline{x_1} \vee x_2)$.

Варіант № 7

1. Обчислити значення функції $f(x_1, x_2, x_3) = \psi_2(\psi_3(x_3), \psi_8(x_2, x_1))$ на наборі (1,0,1).

2. Скласти таблицю істинності функції, заданої формулою $f(x_1, x_2, x_3) = (\overline{x_2} \vee x_3) \downarrow \overline{(x_1 \mid \overline{x_3})}$.

Варіант № 8

1. Обчислити значення функції $f(x_1, x_2, x_3) = \psi_{14}(\psi_4(x_1, x_3), \psi_{15}(x_3, x_2))$ на наборі (1,1,0).

2. Скласти таблицю істинності функції, заданої формулою $f(x_1, x_2, x_3) = (x_2 \oplus \overline{x_3}) \leftarrow (\overline{x_1} \vee x_2)$.

Варіант № 9

1. Обчислити значення функції $f(x_1, x_2, x_3) = \psi_1(\psi_8(x_2, x_3), \psi_6(x_1, x_2))$ на наборі (0,1,1).

2. Скласти таблицю істинності функції, заданої формулою $f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 \mid x_3) \oplus \overline{(x_3 \downarrow x_2)}$.

Варіант № 10

1. Обчислити значення функції $f(x_1, x_2, x_3) = \psi_{13}(\psi_7(x_1, x_3), \psi_{11}(x_1, x_2))$ на наборі (0,1,0).

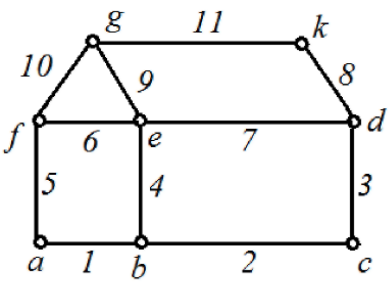
2. Скласти таблицю істинності функції, заданої формулою $f(x_1, x_2, x_3) = (\overline{x}_2 \oplus x_1)(x_3 \downarrow x_2)$.

Тема «Теорія графів».

Перед виконанням повторити теоретичний матеріал: [1], стор. 133-147.

Приклад розв'язання типового варіанту

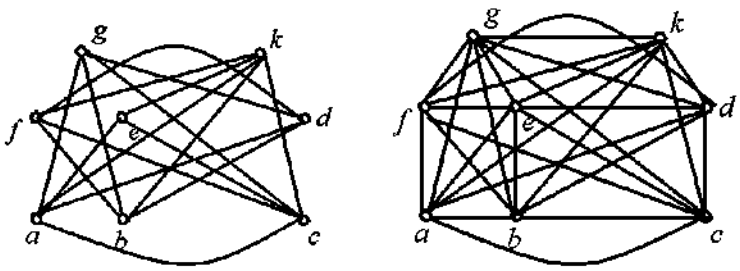
Дано граф:



1. Визначити, чи є даний граф повним, якщо ні, знайти доповнення графа. Побудувати повний граф.
2. Визначити степені вершин графа.
3. Задати граф матрицями інцидентності, суміжності, списком ребер.

Розв'язання:

1. Даний граф не є повним. Знайдемо доповнення та побудуємо повний граф:



$\overline{G}$ G

2. Знайдемо степені всіх вершин графа:

$beg(a) = 2;\ beg(b) = 3;\ beg(c) = 2;\ beg(d) = 3;\ beg(e) = 4;\ beg(f) = 3;\ beg(g) = 3;\ beg(k) = 2.$

$\sum_i beg\, v_i = 2+3+2+3+4+3+3+2 = 2 \cdot 11.$

3. Матриця інцидентності має вигляд:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
a	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
b	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0

c	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
d	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0
e	0	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0
f	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0
g	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1
k	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1

Матриця суміжності має вигляд:

	a	*b*	*c*	*d*	*e*	*f*	*g*	*k*
a	0	1	0	0	0	1	0	0
b	1	0	1	0	1	0	0	0
c	0	1	0	1	0	0	0	0
d	0	0	1	0	1	0	0	1
e	0	1	0	1	0	1	1	0
f	1	0	0	0	1	0	1	0
g	0	0	0	0	1	1	0	0
k	0	0	0	1	0	0	1	0

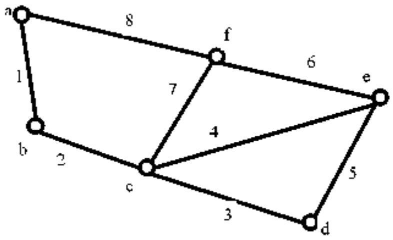
Список ребер має вигляд:

Ребро		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Вершина	*n*	*a*	*b*	*c*	*b*	*a*	*f*	*d*	*d*	*e*	*f*	*k*
	к	b	c	0	1	0	0	0	0	0	0	0

Завдання до теми «Теорія графів».

Варіант № 1

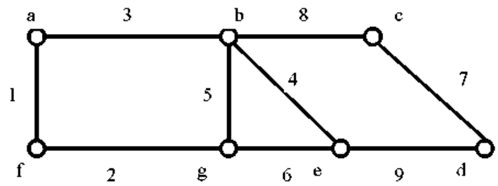
Дано граф:



1. Визначити, чи є даний граф повним, якщо ні, знайти доповнення графа. Побудувати повний граф.
2. Визначити степені вершин графа.
3. Задати граф матрицями інцидентності, суміжності, списком ребер.

Варіант № 2

Дано граф:



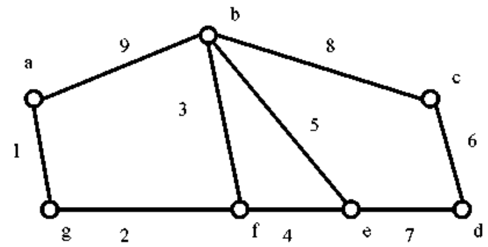
1.Визначити, чи є даний граф повним, якщо ні, знайти доповнення графа. Побудувати повний граф.

2.Визначити степені вершин графа.

3.Задати граф матрицями інцидентності, суміжності, списком ребер.

Варіант № 3

Дано граф:



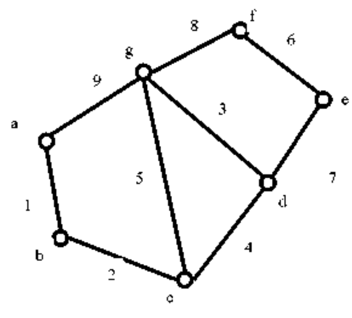
1.Визначити, чи є даний граф повним, якщо ні, знайти доповнення графа. Побудувати повний граф.

2.Визначити степені вершин графа.

3.Задати граф матрицями інцидентності, суміжності, списком ребер.

Варіант № 4

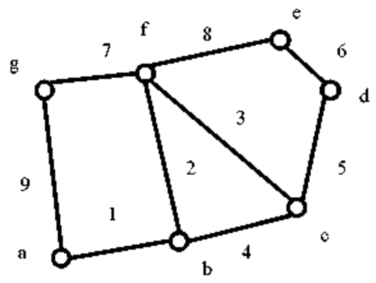
Дано граф:



1. Визначити, чи є даний граф повним, якщо ні, знайти доповнення графа. Побудувати повний граф.
2. Визначити степені вершин графа.
3. Задати граф матрицями інцидентності, суміжності, списком ребер.

Варіант № 5

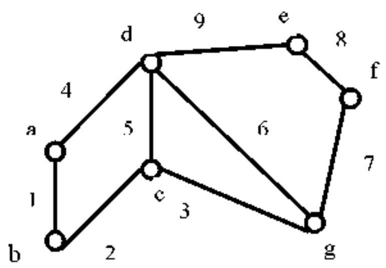
Дано граф:



1. Визначити, чи є даний граф повним, якщо ні, знайти доповнення графа. Побудувати повний граф.
2. Визначити степені вершин графа.
3. Задати граф матрицями інцидентності, суміжності, списком ребер.

Варіант № 6

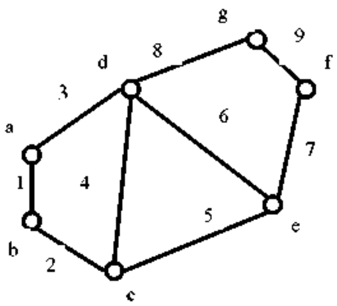
Дано граф:



1. Визначити, чи є даний граф повним, якщо ні, знайти доповнення графа. Побудувати повний граф.
2. Визначити степені вершин графа.
3. Задати граф матрицями інцидентності, суміжності, списком ребер.

Варіант № 7

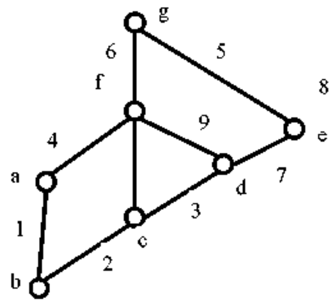
Дано граф:



1. Визначити, чи є даний граф повним, якщо ні, знайти доповнення графа. Побудувати повний граф.
2. Визначити степені вершин графа.
3. Задати граф матрицями інцидентності, суміжності, списком ребер.

Варіант № 8

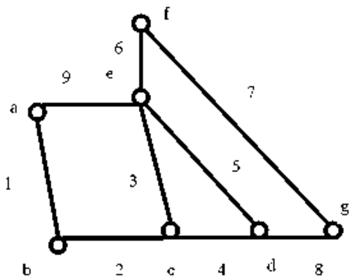
Дано граф:



1. Визначити, чи є даний граф повним, якщо ні, знайти доповнення графа. Побудувати повний граф.
2. Визначити степені вершин графа.
3. Задати граф матрицями інцидентності, суміжності, списком ребер.

Варіант № 9

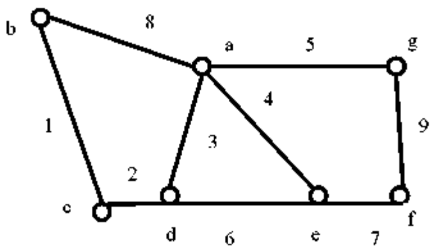
Дано граф:



1. Визначити, чи є даний граф повним, якщо ні, знайти доповнення графа. Побудувати повний граф.
2. Визначити степені вершин графа.
3. Задати граф матрицями інцидентності, суміжності, списком ребер.

Варіант № 10

Дано граф:



1. Визначити, чи є даний граф повним, якщо ні, знайти доповнення графа. Побудувати повний граф.
2. Визначити степені вершин графа.
3. Задати граф матрицями інцидентності, суміжності, списком ребер.

Автор ____________Лілія Трасковецька

"______" ____________________