

**НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ
ДЕРЖАВНОЇ ПРИКОРДОННОЇ СЛУЖБИ УКРАЇНИ
ІМЕНІ Б.ХМЕЛЬНИЦЬКОГО**

Кафедра загальнонаукових та інженерних дисциплін

ЗАТВЕРДЖУЮ
Завідувач кафедри загальнонаукових та
інженерних дисциплін
працівник  Людмила БОРОВИК
"26" 06 2020р.

Прим. № 1

Професор, д.п.н.
Боровик Л.В.

МЕТОДИЧНА РОЗРОБКА
для проведення заняття
з дисципліни "Методи наукових досліджень"

Тема № 2. Елементи прикладної математики
Заняття № 3. Наближене розв'язування рівнянь

Обговорена на засіданні
ПМК №1 "25" 06 2020
Протокол № 11

Хмельницький
2020

Тема № 2. Елементи прикладної математики

Заняття № 3. Наближене розв'язування рівнянь

Навчально-розвиваюча та виховна мета

1. Відпрацювати з ад'юнктами наближене розв'язання рівнянь методом половинного ділення аналітично та з використанням прикладної програми EXCEL.

2. Формувати та розвивати у ад'юнктів логічне мислення, цікавість та допитливість, пізнавальну активність та дослідницькі здібності.

3. Виховувати у ад'юнктів такі професійні якості, як компетентність, самостійність, вміння приймати правильні рішення.

Час: 80 хв.

Місце: комп'ютерний клас

Вид заняття: лабораторна робота

Навчально-матеріальне забезпечення:

1. Мультимедійний проектор, слайди (по можливості).
2. Технічні засоби – ЕОМ.
3. Роздатковий матеріал (журнали лабораторних робіт).
4. Наочне приладдя – лабораторні практикуми.
5. Екіпування ад'юнктів - ручки, олівці.

Література

1. Базова:

[1.5] Трасковецька Л.М., Стопень Г.Я. Прикладна математика: Навчальний посібник. Хмельницький: ХНУ, 2004. 135с.

[1.8] Лабораторні роботи з вищої математики, теорії ймовірностей і математичної статистики: практикум / Л.В.Боровик, Л.О.Матохнюк. Хмельницький: Вид. НАДПСУ, 2011. 92 с.

2. Допоміжна:

[2.2] Методика теоретичних досліджень у галузі технічних наук, Ч.1 / Під заг. ред. Олексієнка Б.М./ Хмельницький: Вид. АПВУ, 1999. 42с.

Навчальні питання та розподіл часу

№п/п	Навчальні питання	Час (хв.)
I	ВСТУПНА ЧАСТИНА	5
II	ОСНОВНА ЧАСТИНА	70
	Наближене розв'язування рівнянь	70
	1) Коротке повторення теоретичних відомостей	10
	2) Розв'язування контрольного прикладу	15
	3) Робота над виконанням індивідуальних завдань	45
III	ЗАКЛЮЧНА ЧАСТИНА	5

Вказівки до порядку і методики проведення заняття

I. Загальні організаційно-методичні вказівки.

При вивченні курсу «Методи наукових досліджень» проводиться 18 лабораторних робіт. Розроблено 10 варіантів завдань для кожної лабораторної роботи. Варіант роботи вибирається згідно з порядковим номером ад'юнкта в журналі групи. В умовах завдань N позначає порядковий номер ад'юнкта в журналі, n – номер групи (призначається викладачам, який проводить заняття).

При виконанні лабораторної роботи необхідно:

- 1) лабораторні роботи виконувати в окремому зошиті;
- 2) умови кожної лабораторної роботи виписувати повністю, з конкретними даними для відповідного варіанту;
- 3) розв'язки всіх завдань і пояснення до них викладати детально з вказанням всіх теоретичних положень, потрібних для розв'язування;
- 4) всі обчислення (основні і допоміжні) виконувати повністю, навіть якщо вони проводяться за допомогою мікрокалькулятора;
- 5) всі графіки і малюнки виконувати акуратно і чітко в обраній системі координат, вказуючи масштаб, координатні осі і позначення, що використовуються при розв'язуванні лабораторної роботи;
- 6) на кожній сторінці залишати поле шириною 3-4 сантиметри для зауважень, виправлень і доповнень викладача;
- 7) лабораторну роботу оформляти грамотно, виконувати самостійно і бути готовим дати детальні пояснення викладачу при її захисті;
- 8) розв'язок кожної лабораторної роботи супроводжувати висновком.

Лабораторна робота повинна показати рівень набутих ад'юнктами навичок з розв'язування задач даного розділу. Кількість і зміст завдань повинні відповідати реальним можливостям ад'юнктів для виконання завдання у відведений час.

II. Методичні вказівки по вступній частині.

1. Провести організаційні заходи початку заняття.
2. Довести до ад'юнктів актуальність матеріалу заняття, оголосити тему заняття.
3. Сформулювати головну проблему заняття.
4. Провести актуалізацію опорних знань.
5. Проаналізувати мету заняття.
6. Визначити послідовність аналізу проблеми та оголосити план заняття.
7. Видати перелік рекомендованої літератури із заняття.
8. Довести критерії оцінювання заняття.

III. Методичні вказівки по основній частині.

1. Повторення теоретичного матеріалу проводиться методом евристичної бесіди. Ад'юнкт повинен знати алгоритм розв'язку рівняння методом половинного ділення.

2. Розв'язування контрольного прикладу проводиться пояснювально – ілюстративним методом.

3. Слідкувати за індивідуальністю виконання лабораторної роботи кожним ад'юнктом.

4. При необхідності потрібно надавати допомогу ад'юнктам.

5. Відповідати на запитання ад'юнктів, що стосуються порядку обчислень та оформлення результатів.

IV. Методичні вказівки по заключній частині.

1. За 5 хвилин до закінчення заняття зібрати звіти з лабораторних робіт для перевірки, при необхідності зробити свої зауваження.

2. Підвести підсумок заняття (нагадати назву теми, питання, мету).

3. Відповісти на питання ад'юнктів.

4. Дати завдання на самопідготовку:

[1.5] Трасковецька Л.М., Стопень Г.Я. Прикладна математика: Навчальний посібник. Хмельницький: ХНУ, 2004. 135с.

[1.8] Лабораторні роботи з вищої математики, теорії ймовірностей і математичної статистики: практикум / Л.В.Боровик, Л.О.Матохнюк. Хмельницький: Вид. НАДПСУ, 2011. 92 с.

Зміст заняття

I. ВСТУПНА ЧАСТИНА

1. Прийняття рапорту чергового.
2. Привітання.
3. Перевірка готовності ад'юнктів до заняття.
4. Усунення виявлених недоліків.
5. Видання переліку рекомендованої літератури з теми заняття.
6. Оголошення теми і мети та плану заняття.

II. ОСНОВНА ЧАСТИНА

Наближене розв'язування рівнянь

Зміст основної частини

1) Коротке повторення теоретичних відомостей

У загальному випадку рівняння з одним невідомим має вигляд:

$$f(x)=0 \quad \text{або} \quad f_1(x)=f_2(x)$$

де $f(x); f_1(x); f_2(x)$ - задані функції, визначені і неперервні на деякому відрізку $[a, b]$.

Будь-яке дійсне число $\xi (\xi \in [a, b])$, для якого виконується $f(\xi)=0$ або співвідношення $f_1(\xi)=f_2(\xi)$, називається дійсним коренем відповідних рівнянь. Розв'язання задачі про наближене знаходження дійсних коренів рівняння поділяється на два етапи:

- 1) відділення коренів, тобто знаходження підінтервалів $[\alpha, \beta]$ на відрізку $[a, b]$, кожний з яких містить тільки один корінь рівняння;
- 2) уточнення коренів, тобто безпосереднє обчислення значень коренів на підінтервалах $[\alpha, \beta]$ із заданою точністю ε .

Відділення коренів можна проводити графічним або аналітичним методом. Зупинимося на кожному з них.

Графічний метод відділення коренів складається з побудови графіка $f(x)$ або функції графіків двох функцій $f_1(x), f_2(x)$ на відрізку $[a, b]$. У першому випадку в точці перетину графіка функції з віссю абсцис, у другому - в абсцисі точки перетину двох графіків одержуємо наближене значення кореня рівняння. Знайдені наближені значення коренів дають можливість відокремити відрізки $[\alpha, \beta]$, що вибираються таким чином, щоб наближене значення кореня знаходилося всередині відрізка.

При аналітичному відділенні дійсних коренів рівняння використовуємо достатні умови існування тільки одного кореня на відрізку $[\alpha, \beta]$:

- 1) на кінцях відрізка $[\alpha, \beta]$ функція має різні знаки, тобто $f(\alpha) \cdot f(\beta) < 0$;
- 2) на відрізку $[\alpha, \beta]$ функція $f(x)$ - монотонна, тобто $f'(x)$ не змінює знак на $[\alpha, \beta]$.

Якщо серед інтервалів монотонності функції $f(x)$ не існує інтервалу, на кінцях якого функція має різні знаки, то рівняння $f(x)=0$ не має дійсних коренів, чи такими коренями є границі інтервалів монотонності, тобто для цих точок $f'(x)=0$.

У зв'язку з високою швидкістю сучасних ЕОМ одним з основних методів (через свою простоту) став метод половинного ділення відрізка (метод бісекцій). У його основі лежить поділ відрізка $[\alpha, \beta]$, якому належить єдиний корінь рівняння, на два рівних відрізки.

Ітераційна формула обчислення послідовних наближень має вигляд:

$$x_k = \frac{\alpha + \beta}{2}, \quad k=1, 2, \dots$$

При кожному наближенні відрізок $[\alpha, \beta]$ зменшується в два рази і вибирається та його половина, на кінцях якої функція $f(x)$ має різні знаки:

якщо $f(\alpha) \cdot f(x_k) > 0$, то $\alpha = x_k$;

якщо $f(\beta) \cdot f(x_k) > 0$, то $\beta = x_k$.

Поділ кожного наступного відрізка виконуємо аналогічно першому і продовжуємо цей процес до тих пір, поки довжина останнього відрізка не стане менше точності кореня ε , тобто

$$|\beta - \alpha| < \varepsilon$$

При виконанні цієї умови коренем рівняння буде величина $\xi = \frac{\alpha + \beta}{2}$, де α, β - кінці останнього інтервалу.

Примітка. Легко бачити, що рівняння з одним невідомим $f(x)=0$ та $f_1(x)=f_2(x)$ зводяться одне до іншого. При цьому, якщо знаходимо інтервал $[\alpha, \beta]$ аналітичним методом, то зручно користатися рівнянням у формі $f(x)=0$. При графічному методі пошуку цього інтервалу краще скористатися рівнянням у формі $f_1(x)=f_2(x)$.

Якщо ж рівняння записане у формі $f(x)=0$, то функцію $f(x)$ записують як різницю двох функцій $f(x)=f_1(x)-f_2(x)$ таким чином, щоб можна було легко побудувати графіки функцій $y=f_1(x)$ і $y=f_2(x)$.

2) Розв'язування контрольного прикладу

Відомо, що порушник державного кордону рухається по траєкторії $y=x^3$, де y, x - координата по місцевості. Для його затримання направлено пошукову групу прикордонників, яка для його перехвату здійснює рух по

траєкторії $y=x^2-6x+9$. Знайти координати точки зустрічі порушника та пошукової групи з точністю до $\varepsilon=10^{-3}$.



Розв'язання:

Для вирішення поставленого завдання необхідно знайти корінь рівняння $x^3=x^2-6x+9$

Знайдемо графічним способом інтервал $[\alpha,\beta]$, у якому знаходиться корінь цього рівняння. На рис. 1 (див. слайд) побудовані графіки функцій $y=x^3$ і $y=x^2-6x+9=(x-3)^2$.

Як видно з рисунка, корінь рівняння знаходиться між значеннями $x=1$ і $x=2$. Тому як початковий відрізок візьмемо відрізок $[1, 2]$.

Позначимо $f(x)=x^3-x^2+6x-9$. Будемо уточнювати цей корінь методом половинного ділення. Результати обчислень заносимо в таблицю.

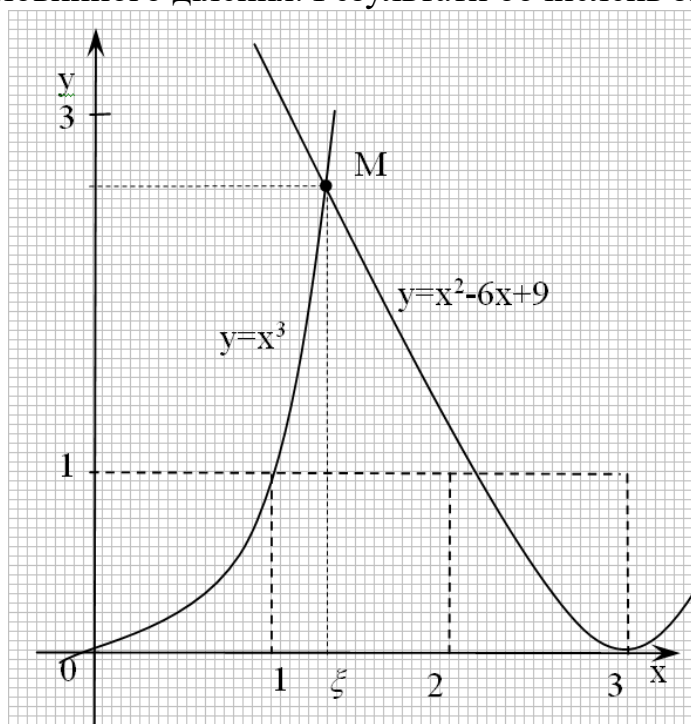


Рис.1.

Таблиця 1.

ХАРАКТЕРИСТИКИ					
лівого краю		правого краю		середини відрізка	
α	$f(\alpha)$	β	$f(\beta)$	$x_k = \frac{\alpha + \beta}{2}$	$f(x_k)$
1	-3	2	7	1,5	1,125
1	-3	1,5	1,125	1,25	-1,109
1,25	-1,109	1,5	1,125	1,375	-0,041
1,375	-0,041	1,5	1,125	1,4375	0,529
1,375	-0,041	1,4375	0,529	1,4063	0,241
1,375	-0,041	1,4063	0,241	1,3906	0,099
1,375	-0,041	1,3906	0,099	1,3828	0,029
1,375	-0,041	1,3828	0,029	1,3789	-0,006
1,3789	-0,006	1,3828	0,029	1,3809	0,011
1,3789	-0,006	1,3809	0,011	1,3799	0,003
1,3789	-0,006	1,3799	0,003		

Таблиця 1 заповнюється в такий спосіб. У перший рядок записуємо значення α , β і значення функції $f(x) = x^3 - x^2 + 6x - 9$ в цих точках. Після цього знаходимо значення середини інтервалу $x_k = \frac{\alpha + \beta}{2} = 1,5$ і значення функції $f(x_k)$. Тому що знак $f(x_k)$ збігається зі знаком $f(\beta)$, то правий край β інтервалу $[\alpha, \beta]$ буде x_k , а лівий край залишиться без змін. Тому в другий рядок записуємо новий інтервал $[\alpha, \beta]$ - $[1, 1,5]$ і знову обчислюємо значення функції в середині цього інтервалу при $x = 1,25$. Тому що $f(1) \cdot f(1,25) > 0$, то тепер зміниться лівий край інтервалу $[\alpha, \beta]$. Якщо було б навпаки, то змінився б знову правий край інтервалу $\beta = x_k$. Цей процес закінчуємо тоді, коли різницю $|\beta - \alpha| < \varepsilon = 0,001$. У даному випадку одержали $[1,3789; 1,3799]$. Як корінь вибираємо середнє значення, тому що точність кореня $\varepsilon = 10^{-3}$. Значить $\xi = 1,379 \pm 0,001$. Координати точки М зустрічі порушника та пошукової групи будуть $(1,379 \pm 0,001; 2,625 \pm 0,004)$.

Для спрощення розрахунків доцільним є використання сучасних інформаційних технологій, а саме програмного забезпечення EXCEL.

Ад'юнктам пояснюється яким чином розробляється програма у даному програмному середовищі.

Зразок виконання роботи

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
4	1	-3	2	7	1,5	1,125	-3,375						
5	1	-3	1,5	1,125	1,25	-1,10938	3,328125						
6	1,25	-1,10938	1,5	1,125	1,375	-0,04102	0,045502						
7	1,375	-0,04102	1,5	1,125	1,4375	0,529053	-0,0217						
8	1,375	-0,04102	1,4375	0,529053	1,40625	0,240875	-0,00988						
9	1,375	-0,04102	1,40625	0,240875	1,3906	0,099155	-0,00407						
10	1,375	-0,04102	1,390625	0,099155	1,3828	0,028878	-0,00118						
11	1,3750	-0,04102	1,382813	0,028878	1,3789	-0,00612	0,000251						
12	1,3789	-0,00612	1,382813	0,028878	1,3809	0,011368	-7E-05						
13	1,3789	-0,00612	1,3809	0,011368	1,3799	0,002623	-1,6E-05						
14	1,3789	-0,00612	1,3799	0,002623	1,3794	-0,00175	1,07E-05						
15	1,3794	-0,00175	1,3799	0,002623	1,3796	0,000437	-7,6E-07						
16	1,3794	-0,00175	1,3796	0,000437	1,3795	-0,00066	1,15E-06						
17	1,3795	-0,00066	1,3796	0,000437	1,3796	-0,00011	7,14E-08						
18	1,3796	-0,00011	1,3796	0,000437	1,3796	0,000164	-1,8E-08						
19	1,3796	-0,00011	1,3796	0,000164	1,3796	2,76E-05	-3E-09						
20	1,3796	-0,00011	1,3796	2,76E-05	1,3796	-4,1E-05	4,43E-09						
21	1,3796	-4,1E-05	1,3796	2,76E-05	1,3796	-6,5E-06	2,65E-10						
22	1,3796	-6,5E-06	1,3796	2,76E-05	1,3796	1,06E-05	-6,9E-11						
23	1,3796	-6,5E-06	1,3796	1,06E-05	1,3796	2,02E-06	-1,3E-11						
24	1,3796	-6,5E-06	1,3796	2,02E-06	1,3796	-2,2E-06	1,46E-11						
25	1,3796	-2,2E-06	1,3796	2,02E-06	1,3796	-1,1E-07	2,46E-13						
26	1,3796	-1,1E-07	1,3796	2,02E-06	1,3796	9,57E-07	-1E-13						
27	1,3796	-1,1E-07	1,3796	9,57E-07	1,3796	4,24E-07	-4,6E-14						
28	1,3796	-1,1E-07	1,3796	4,24E-07	1,3796	1,57E-07	-1,7E-14						
29	1,3796	-1,1E-07	1,3796	1,57E-07	1,3796	2,38E-08	-2,6E-15						
30	1,3796	-1,1E-07	1,3796	2,38E-08	1,3796	-4,3E-08	4,7E-15						

3) Робота над виконанням індивідуальних завдань

Завдання до лабораторної роботи

Відомо, що порушник державного кордону рухається по траєкторії $y = nx^3$, де y, x - координата по місцевості. Для його затримання направлено пошукову групу прикордонників, яка для його перехвату здійснює рух по траєкторії $y = nx^2 - Nx + 2N$.

Графічним та аналітичним способом відокремити корінь (абсцису точки зустрічі) і методом половинного поділу знайти цей корінь з точністю до $\varepsilon = 10^{-3}$. Знайти координати точки зустрічі порушника та пошукової групи. Перевірити отримані результати за допомогою можливостей програмного забезпечення EXCEL.

Індивідуальна робота. Ад'юнктам видаються бланки з індивідуальним завданням, в яких вони оформляють звіти з лабораторних робіт.

III. ЗАКЛЮЧНА ЧАСТИНА

Методичні рекомендації щодо закінчення заняття:

- за 5 хвилин до закінчення заняття зібрати звіти з лабораторних робіт для перевірки, при необхідності зробити свої зауваження.

1. Підведення підсумку заняття (нагадати назву теми, питання, мету).

2. Відповіді на запитання

Якщо у ад'юнктів виникли якісь запитання, викладач повинен відповісти на них.

3. Розбір роботи ад'юнктів на занятті.

Провести аналіз роботи ад'юнктів на занятті та висловити свої зауваження, якщо такі є.

4. Завдання на самопідготовку:

а) [1.5] Трасковецька Л.М., Стопень Г.Я. Прикладна математика: Навчальний посібник. Хмельницький: ХНУ, 2004. 135с.

[1.8] Лабораторні роботи з вищої математики, теорії ймовірностей і математичної статистики: практикум / Л.В.Боровик, Л.О.Матохнюк. Хмельницький: Вид. НАДПСУ, 2011. 92 с.

б) завершити оформлення звіту з лабораторної роботи.

5. Методичні рекомендації щодо опрацювання завдання на самопідготовку:

- повторити основні поняття, що стосуються теми 2. Елементи прикладної математики;

- ад'юнктам, що були відсутні на даному занятті, самостійно оформити звіти з лабораторної роботи.

6. Оголошення теми та виду наступного заняття (лабораторна робота 2.4. – «Інтерполяційний поліном Лагранжа»).

7. Оголошення закінчення заняття.

Автор
професор _____ Людмила БОРОВИК
“ _____ ” _____ 20__ р.

